

CEVAPLAR

$$\begin{aligned} 1) \text{ i) } P' \Rightarrow [q \Rightarrow r'] &\equiv P' \Rightarrow [q' \vee r'] && \Rightarrow \text{tanımı} \\ &\equiv P \vee [q' \vee r'] && \Rightarrow \text{tanımı} \\ &\equiv (q' \vee r') \vee P && \text{De Morgan öz.} \\ &\equiv (q \wedge r)' \vee P && \text{De Morgan} \\ &\equiv (q \wedge r) \Rightarrow P && \Rightarrow \text{tanımı} \end{aligned}$$

ii) $m = 4x-1 = 4y+1$ olarak şekilde $x, y \in \mathbb{Z}$ elemanları mevcut olsun.

$$\begin{aligned} 4x-1 = 4y+1 &\Rightarrow 4x-4y=2 \\ &\Rightarrow 2(2x-2y)=2 \\ &\Rightarrow 2x-2y=1 \\ &\Rightarrow 2(x-y)=1 \end{aligned}$$

$\Rightarrow 2 \mid 1$ (çelişki)
 $\therefore 4x-1 = 4y+1$ olarak şekilde $x, y \in \mathbb{Z}$ elemanları bulunamaz.

$$\begin{aligned} 2) \text{ i) } P(\emptyset) &= \{\emptyset\} \\ P(P(\emptyset)) &= \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \\ P(P(P(\emptyset))) &= \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \end{aligned}$$

ii) A ve B iki küme olsun.

$$\begin{aligned} A \Delta B &= (A-B) \cup (B-A) \\ &= (B-A) \cup (A-B) \\ &= B \Delta A \end{aligned}$$

$$3) \text{ i) } \left. \begin{aligned} \alpha &\subseteq A \times A \\ \beta &\subseteq A \times A \\ \gamma &\subseteq A \times A \end{aligned} \right\} \Rightarrow \alpha \cup \beta \cup \gamma \subseteq A \times A$$

\therefore Bir bağlantıdır.

i) $\forall x \in X$ için $(x, x) \in \mathcal{R}$, $(x, x) \in \mathcal{R}^{-1}$ dir
 Böylece $\forall x \in X$ için $(x, x) \in \mathcal{R} \cap \mathcal{R}^{-1}$ olup $\mathcal{R} \cap \mathcal{R}^{-1}$ yansıyandır.

• $\forall (x, y) \in \mathcal{R} \cap \mathcal{R}^{-1}$ olsun.

$$\Rightarrow (x, y) \in \mathcal{R} \text{ ve } (x, y) \in \mathcal{R}^{-1}$$

$$\Rightarrow (y, x) \in \mathcal{R}^{-1} \text{ ve } (y, x) \in \mathcal{R}$$

$$\Rightarrow (y, x) \in \mathcal{R} \cap \mathcal{R}^{-1}$$

$\therefore \mathcal{R} \cap \mathcal{R}^{-1}$ simetrikdir.

• $\forall (x, y) \in \mathcal{R} \cap \mathcal{R}^{-1}$ ve $(y, z) \in \mathcal{R} \cap \mathcal{R}^{-1}$ olsun.

$$(x, y) \in \mathcal{R} \text{ ve } (y, z) \in \mathcal{R} \xRightarrow{\mathcal{R} \text{ geç.}} (x, z) \in \mathcal{R}$$

$$(x, y) \in \mathcal{R}^{-1} \text{ ve } (y, z) \in \mathcal{R}^{-1} \xRightarrow{\mathcal{R}^{-1} \text{ geç.}} (y, x), (z, y) \in \mathcal{R}$$

$$\xRightarrow{\mathcal{R} \text{ geç.}} (z, x) \in \mathcal{R}$$

$$(x, z) \in \mathcal{R}^{-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} (x, z) \in \mathcal{R} \\ (x, z) \in \mathcal{R}^{-1} \end{array} \right\} \Rightarrow (x, z) \in \mathcal{R} \cap \mathcal{R}^{-1} \Rightarrow \mathcal{R} \cap \mathcal{R}^{-1} \text{ geçişmelidir.}$$

$\therefore \mathcal{R} \cap \mathcal{R}^{-1}$ bir denklik bağıntısıdır.

4) Ders notlarımızda mevcuttur...